Opdrag 4

Gestel dat KB = P ⋀ Q ⋀ (P ⇒ ¬R) en dat α = (Q ⇒ P) ⇒ (P ⋁ R).

Bewys dat KB ⊨ α deur gebruik te maak van:

1. Die deduksie stelling: (KB ⊨ α) ⇔ (KB ⇒ α) geldig is. [11]

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| P | Q | R | ¬R | P ∨ R | Q ⇒ P | P ⇒ ¬R | P ∧ Q ∧ (P ⇒ ¬R) | (Q ⇒ P ) ⇒ (P ∨ R) | (P ∧ Q ∧ (P ⇒ ¬R)) ⇒ ((Q ⇒ P ) ⇒ (P ∨ R)) |
| T | T | T | F | T | T | F | F | T | T |
| T | T | F | T | T | T | T | T | T | T |
| T | F | T | F | T | T | F | F | T | T |
| T | F | F | T | T | T | T | F | T | T |
| F | T | T | F | T | F | T | F | T | T |
| F | T | F | T | F | F | T | F | T | T |
| F | F | T | F | T | T | T | F | T | T |
| F | F | F | T | F | T | T | F | F | T |

Uit die waarheidstabel (10 x ****)kan gesien word dat KB ⇒ α geldig is, dus KB ⊨ α. (****)

1. (KB ⊨ α) ⇔ (KB ⋀ ¬α) onbevredigbaar is. [11]

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| P | Q | R | ¬R | P ∨ R | Q ⇒ P | P ⇒ ¬R | (Q ⇒ P ) ⇒ (P ∨ R) | ¬((Q ⇒ P ) ⇒ (P ∨ R)) | P ∧ Q ∧ (P ⇒ ¬R) ∧ ¬((Q ⇒ P ) ⇒ (P ∨ R)) |
| T | T | T | F | T | T | F | T | F | F |
| T | T | F | T | T | T | T | T | F | F |
| T | F | T | F | T | T | F | T | F | F |
| T | F | F | T | T | T | T | T | F | F |
| F | T | T | F | T | F | T | T | F | F |
| F | T | F | T | F | F | T | T | F | F |
| F | F | T | F | T | T | T | T | F | F |
| F | F | F | T | F | T | T | F | T | F |

Uit die waarheidstabel (10 x ****) kan gesien word dat KB ⋀ ¬α onbevredigbaar is, dus KB ⊨ α. (****)

1. M(KB) ⊆ M(α). [13]

Beskou die waarheidstabel vir KB: P ⋀ Q ⋀ (P ⇒ ¬R)

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| P | Q | R | ¬R | P ⇒ ¬R | P ∧ Q ∧ (P ⇒ ¬R) |
| T | T | T | F | F | F |
| T | T | F | T | T | T |
| T | F | T | F | F | F |
| T | F | F | T | T | F |
| F | T | T | F | T | F |
| F | T | F | T | T | F |
| F | F | T | F | T | F |
| F | F | F | T | T | F |

Beskou die waarheidstabel vir α: (Q ⇒ P) ⇒ (P ⋁ R)

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| P | Q | R | P ∨ R | Q ⇒ P | (Q ⇒ P ) ⇒ (P ∨ R) |
| T | T | T | T | T | T |
| T | T | F | T | T | T |
| T | F | T | T | T | T |
| T | F | F | T | T | T |
| F | T | T | T | F | T |
| F | T | F | F | F | T |
| F | F | T | T | T | T |
| F | F | F | F | T | F |

Uit die bogenoemde twee waarheidstabelle (6 x ****) en (6 x ****) kan gesien word dat vir alle modelle waar M(KB) geld, geld M(α) ook (****). Dus is M(KB) ⊆ M(α)

1. ‘n Bewys (nie resolusie of ‘n waarheidstabel nie) [10]

Maak gebruik van ‘n teenstrydigheid. Dus KB ⋀ ¬α is onbevredigbaar.

Beskou KB ⋀ ¬α :

(P ⋀ Q ⋀ (P ⇒ ¬R)) ⋀ ¬ ((Q ⇒ P) ⇒ (P ⋁ R))

Dus:

R1: P

R2: Q

R3: P ⇒ ¬R

R4: ¬R (Modus ponens met R3 en R1)

R5: ¬ ((Q ⇒ P) ⇒ (P ⋁ R))

R6: ¬P ⋁ ¬R (R3 en implikasie eliminasie)

R7: ¬ ((¬Q ⋁ P) ⇒ (P ⋁ R)) (R5 en implikasie eliminasie)

R8: ¬ (¬ (¬Q ⋁ P) ⋁ (P ⋁ R)) (R7 en implikasie eliminasie)

R9: ¬ ((Q ⋀ ¬P) ⋁ (P ⋁ R)) (De Morgan)

R10: (¬ (Q ⋀ ¬P)) ⋀ (¬ (P ⋁ R)) (De Morgan)

R11: (¬Q ⋁ P) ⋀ (¬P ⋀ ¬R) (De Morgan)

R12: ¬P ⋀ ¬R R11 en en-eliminasie

R13: ¬P R12 en en-eliminasie

R14: □ R1 en R13  [10 x ****]

1. Resolusie [16]

Skakel KB ⋀ ¬α om na konjunkte normaalvorm (kyk na kennisbasis by vorige oplossing):

R1: P

R2: Q

R3: ¬P

R4: ¬R

R5: P ⋁ ¬Q

R6: ¬P ⋁ ¬R [6 x **** = 12]

Resolusie tussen R1 en R3 lewer die leë klousule (****). Dus lewer KB ⋀ ¬α ‘n teenstrydigheid (****) en kan ons aflei dat KB ⊨ α. (****)

Totaal: [61]